

Goniometrische functies

13 maximumscore 4

- $\sin x + \sin(2x) = \sin x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$ 1
- $\sin x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 0$ geeft $\sin x \cdot (1 + 2 \cdot \cos x) = 0$ 1
- Dus $\sin x = 0$ of $\cos x = -\frac{1}{2}$ 1
- De x -coördinaat van punt B is $\frac{2}{3}\pi$ 1

of

- $\sin x + \sin(2x) = \sin x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$ 1
- $\sin x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 0$ geeft, omdat $\sin x > 0$ of $\sin x < 0$, $1 + 2 \cdot \cos x = 0$ 1
- Dus $\cos x = -\frac{1}{2}$ 1
- De x -coördinaat van punt B is $\frac{2}{3}\pi$ 1

of

- $\sin x + \sin(2x) = 2 \cdot \sin(\frac{1}{2}x) \cdot \cos(\frac{1}{2}x)$
(of $\sin x + \sin(2x) = 2 \cdot \sin(\frac{1}{2}x) \cdot \cos(-\frac{1}{2}x)$) 1
- $2 \cdot \sin(\frac{1}{2}x) \cdot \cos(\frac{1}{2}x) = 0$ geeft $\sin(\frac{1}{2}x) = 0$ of $\cos(\frac{1}{2}x) = 0$ 1
- $1\frac{1}{2}x = k \cdot \pi$ of $\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot \pi$ (met k geheel) 1
- De x -coördinaat van punt B is $\frac{2}{3}\pi$ 1

of

- $\sin x + \sin(2x) = 0$ geeft $\sin(2x) = \sin(-x)$ 1
- Dus $2x = -x + k \cdot 2\pi$ of $2x = \pi + x + k \cdot 2\pi$ (met k geheel) 1
- Dus $x = k \cdot \frac{2}{3}\pi$ of $x = \pi + k \cdot 2\pi$ (met k geheel) 1
- De x -coördinaat van punt B is $\frac{2}{3}\pi$ 1

14 maximumscore 5

- $f'_a(x) = \cos x + 2a \cdot \cos(2x)$ 1
- Er moet gelden: $\cos(\frac{5}{6}\pi) + 2a \cdot \cos(\frac{5}{3}\pi) = 0$ 1
- Dus $-\frac{1}{2}\sqrt{3} + 2a \cdot \frac{1}{2} = 0$ en hieruit volgt $a = \frac{1}{2}\sqrt{3}$
(of $a = \frac{-\cos\frac{5}{6}\pi}{2 \cdot \cos\frac{5}{3}\pi} \approx 0,866$) 1
- Beschrijven hoe de x -coördinaat van de andere top van de grafiek van $f_{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$ (of van $f_{0,866}$) gevonden kan worden 1
- Het antwoord is 0,96 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

15 maximumscore 5

- De oppervlakte is $\int_0^{\pi} (\sin x + a \cdot \sin(2x)) dx$ 1
 - Een primitieve van $\sin x + a \cdot \sin(2x)$ is $-\cos x - \frac{1}{2}a \cdot \cos(2x)$ 2
 - De oppervlakte is dus $(1 - \frac{1}{2}a) - (-1 - \frac{1}{2}a) = 2$ (en dit is onafhankelijk van a) 2
- of
- De oppervlakte is $\int_0^{\pi} (\sin x + a \cdot \sin(2x)) dx$ 1
 - De oppervlakte is dus $\int_0^{\pi} \sin x dx + a \cdot \int_0^{\pi} \sin(2x) dx$ 1
 - Aantonen dat $\int_0^{\pi} \sin(2x) dx = 0$ (met behulp van een primitieve of met behulp van symmetrie) 2
 - De oppervlakte is dus $\int_0^{\pi} \sin x dx$ (en dit is onafhankelijk van a) 1

Opmerking

Als de oppervlakte van het vlakdeel voor een aantal waarden van a is berekend en daaruit is geconcludeerd dat deze onafhankelijk van a is, hiervoor geen scorepunten toekennen.